



UNIWERSYTET
MIKOŁAJA KOPERNIKA
W TORUNIU

UMK.jpg

Wirtualne Seminarium z Badań Operacyjnych 25 kwietnia 2022

**O wyznaczaniu optymalnej wielkości rezerwatów morskich
z punktu widzenia wielkości połowów**
Food security optimal size of Marine Protected Areas (MPAs) in
fisheries.

Sławomir Plaskacz

Plan

- ▶ Problem przełowienia łowisk: skala i przyczyny.
- ▶ Zarządzanie połowami: tradycyjne - limity, nie tradycyjne - rezerwaty (MPAs)
- ▶ Jaki duży powinien być rezerwat? Kwalifikacja problemu
- ▶ Stosowane modele populacji ryb:
 - ▶ jeden gatunek -równanie logistyczne
 - ▶ dwa gatunki: drapieżnik-ofiara - model Lotka-Volterra
- ▶ Rezultaty dla modelu jedno-gatunkowego.
- ▶ Rezultaty dla modelu drapieżnik-ofiara.

Plan

- ▶ **Problem przełowienia łowisk: skala i przyczyny.**
- ▶ Zarządzanie połowami: tradycyjne - limity, nie tradycyjne - rezerwaty (MPAs)
- ▶ Jaki duży powinien być rezerwat? Kwalifikacja problemu
- ▶ Stosowane modele populacji ryb:
 - ▶ jeden gatunek -równanie logistyczne
 - ▶ dwa gatunki: drapieżnik-ofiara - model Lotka-Volterra
- ▶ Rezultaty dla modelu jedno-gatunkowego.
- ▶ Rezultaty dla modelu drapieżnik-ofiara.

Plan

- ▶ Problem przełowienia łowisk: skala i przyczyny.
- ▶ Zarządzanie połowami: tradycyjne - limity, nie tradycyjne - rezerwaty (MPAs)
- ▶ Jaki duży powinien być rezerwat? Kwalifikacja problemu
- ▶ Stosowane modele populacji ryb:
 - ▶ jeden gatunek -równanie logistyczne
 - ▶ dwa gatunki: drapieżnik-ofiara - model Lotka-Volterra
- ▶ Rezultaty dla modelu jedno-gatunkowego.
- ▶ Rezultaty dla modelu drapieżnik-ofiara.

Plan

- ▶ Problem przełowienia łowisk: skala i przyczyny.
- ▶ Zarządzanie połowami: tradycyjne - limity, nie tradycyjne - rezerwaty (MPAs)
- ▶ Jaki duży powinien być rezerwat? Kwalifikacja problemu
- ▶ Stosowane modele populacji ryb:
 - ▶ jeden gatunek -równanie logistyczne
 - ▶ dwa gatunki: drapieżnik-ofiara - model Lotka-Volterra
- ▶ Rezultaty dla modelu jedno-gatunkowego.
- ▶ Rezultaty dla modelu drapieżnik-ofiara.

Plan

- ▶ Problem przełowienia łowisk: skala i przyczyny.
- ▶ Zarządzanie połowami: tradycyjne - limity, nie tradycyjne - rezerwaty (MPAs)
- ▶ Jaki duży powinien być rezerwat? Kwalifikacja problemu
- ▶ Stosowane modele populacji ryb:
 - ▶ jeden gatunek -równanie logistyczne
 - ▶ dwa gatunki: drapieżnik-ofiara - model Lotka-Volterra
- ▶ Rezultaty dla modelu jedno-gatunkowego.
- ▶ Rezultaty dla modelu drapieżnik-ofiara.

Plan

- ▶ Problem przełowienia łowisk: skala i przyczyny.
- ▶ Zarządzanie połowami: tradycyjne - limity, nie tradycyjne - rezerwaty (MPAs)
- ▶ Jaki duży powinien być rezerwat? Kwalifikacja problemu
- ▶ Stosowane modele populacji ryb:
 - ▶ jeden gatunek -równanie logistyczne
 - ▶ dwa gatunki: drapieżnik-ofiara - model Lotka-Volterra
- ▶ Rezultaty dla modelu jedno-gatunkowego.
- ▶ Rezultaty dla modelu drapieżnik-ofiara.

Plan

- ▶ Problem przełowienia łowisk: skala i przyczyny.
- ▶ Zarządzanie połowami: tradycyjne - limity, nie tradycyjne - rezerwaty (MPAs)
- ▶ Jaki duży powinien być rezerwat? Kwalifikacja problemu
- ▶ Stosowane modele populacji ryb:
 - ▶ jeden gatunek -równanie logistyczne
 - ▶ dwa gatunki: drapieżnik-ofiara - model Lotka-Volterra
- ▶ Rezultaty dla modelu jedno-gatunkowego.
- ▶ Rezultaty dla modelu drapieżnik-ofiara.

Plan

- ▶ Problem przełowienia łowisk: skala i przyczyny.
- ▶ Zarządzanie połowami: tradycyjne - limity, nie tradycyjne - rezerwaty (MPAs)
- ▶ Jaki duży powinien być rezerwat? Kwalifikacja problemu
- ▶ Stosowane modele populacji ryb:
 - ▶ jeden gatunek -równanie logistyczne
 - ▶ dwa gatunki: drapieżnik-ofiara - model Lotka-Volterra
- ▶ Rezultaty dla modelu jedno-gatunkowego.
- ▶ Rezultaty dla modelu drapieżnik-ofiara.

Plan

- ▶ Problem przełowienia łowisk: skala i przyczyny.
- ▶ Zarządzanie połowami: tradycyjne - limity, nie tradycyjne - rezerwaty (MPAs)
- ▶ Jaki duży powinien być rezerwat? Kwalifikacja problemu
- ▶ Stosowane modele populacji ryb:
 - ▶ jeden gatunek -równanie logistyczne
 - ▶ dwa gatunki: drapieżnik-ofiara - model Lotka-Volterra
- ▶ Rezultaty dla modelu jedno-gatunkowego.
- ▶ Rezultaty dla modelu drapieżnik-ofiara.

Problem przełowienia łowisk

- ▶ Skala:
 - ▶ Unia Europejska zmniejszyła do zera limity połowowe na łowiskach bałtyckich na wiele gatunków ryb;
 - ▶ Christopher Costello z University of California w pracy z 2014 roku stawia w tytule dramatyczne pytanie "Close the High Seas to Fishing ?"
- ▶ Przyczyny:
 - ▶ Tragedy of commons - regulacja połowów możliwa w strefach ekonomicznych państw.
 - ▶ Łowiska będące poza jurysdykcją - 58% oceanów jest dostępnych dla wszystkich.

Problem przełowienia łowisk

▶ Skala:

- ▶ Unia Europejska zmniejszyła do zera limity połowowe na łowiskach bałtyckich na wiele gatunków ryb;
- ▶ Christopher Costello z University of California w pracy z 2014 roku stawia w tytule dramatyczne pytanie "Close the High Seas to Fishing ?"

▶ Przyczyny:

- ▶ Tragedy of commons - regulacja połowów możliwa w strefach ekonomicznych państw.
- ▶ Łowiska będące poza jurysdykcją - 58% oceanów jest dostępnych dla wszystkich.

Problem przełowienia łowisk

▶ Skala:

- ▶ Unia Europejska zmniejszyła do zera limity połowowe na łowiskach bałtyckich na wiele gatunków ryb;
- ▶ Christopher Costello z University of California w pracy z 2014 roku stawia w tytule dramatyczne pytanie "Close the High Seas to Fishing ?"

▶ Przyczyny:

- ▶ Tragedy of commons - regulacja połowów możliwa w strefach ekonomicznych państw.
- ▶ Łowiska będące poza jurysdykcją - 58% oceanów jest dostępnych dla wszystkich.

Problem przełowienia łowisk

▶ Skala:

- ▶ Unia Europejska zmniejszyła do zera limity połowowe na łowiskach bałtyckich na wiele gatunków ryb;
- ▶ Christopher Costello z University of California w pracy z 2014 roku stawia w tytule dramatyczne pytanie "Close the High Seas to Fishing ?"

▶ Przyczyny:

- ▶ Tragedy of commons - regulacja połowów możliwa w strefach ekonomicznych państw.
- ▶ Łowiska będące poza jurysdykcją - 58% oceanów jest dostępnych dla wszystkich.

Problem przełowienia łowisk

▶ Skala:

- ▶ Unia Europejska zmniejszyła do zera limity połowowe na łowiskach bałtyckich na wiele gatunków ryb;
- ▶ Christopher Costello z University of California w pracy z 2014 roku stawia w tytule dramatyczne pytanie "Close the High Seas to Fishing ?"

▶ Przyczyny:

- ▶ Tragedy of commons - regulacja połowów możliwa w strefach ekonomicznych państw.
- ▶ Łowiska będące poza jurysdykcją - 58% oceanów jest dostępnych dla wszystkich.

Problem przełowienia łowisk

▶ Skala:

- ▶ Unia Europejska zmniejszyła do zera limity połowowe na łowiskach bałtyckich na wiele gatunków ryb;
- ▶ Christopher Costello z University of California w pracy z 2014 roku stawia w tytule dramatyczne pytanie "Close the High Seas to Fishing ?"

▶ Przyczyny:

- ▶ Tragedy of commons - regulacja połowów możliwa w strefach ekonomicznych państw.
- ▶ Łowiska będące poza jurysdykcją - 58% oceanów jest dostępnych dla wszystkich.

Problem przełowienia łowisk

▶ Skala:

- ▶ Unia Europejska zmniejszyła do zera limity połowowe na łowiskach bałtyckich na wiele gatunków ryb;
- ▶ Christopher Costello z University of California w pracy z 2014 roku stawia w tytule dramatyczne pytanie "Close the High Seas to Fishing ?"

▶ Przyczyny:

- ▶ Tragedy of commons - regulacja połowów możliwa w strefach ekonomicznych państw.
- ▶ Łowiska będące poza jurysdykcją - 58% oceanów jest dostępnych dla wszystkich.

Kwalifikacja problemu optymalnej wielkości rezerwatu

- ▶ Zagadnienie optymalizacyjne w układzie dynamicznym ze stałym parametrem sterującym (wielkość rezerwatu)
- ▶ Układy sterowania : zasada maksimum, zasada programowania dynamicznego
- ▶ Stosowana metoda - analiza wielkości połowu w stanie równowagi.

Równanie logistyczne



$$x'(t) = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{C}\right),$$

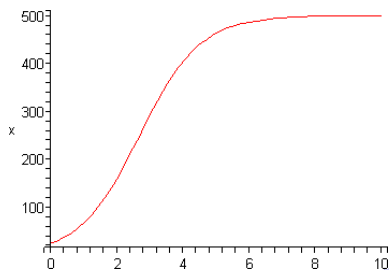
$x(t)$ - masa ryb w czasie t ,

α - wskaźnik wzrostu,

C pojemność maksymalna "zbiornika"

- Punkty równowagi (miejsca zerowe prawej strony równania) : 0 i C .

Rozwiązania startujące z $x_0 \in (0, C)$ ($x(0) = x_0$) zbiegają do C po krzywych o kształcie przypominającym literę S.



Równanie logistyczne



$$x'(t) = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{C}\right),$$

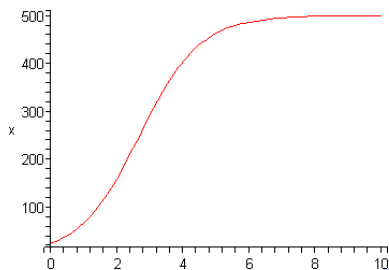
$x(t)$ - masa ryb w czasie t ,

α - wskaźnik wzrostu,

C pojemność maksymalna "zbiornika"

- ▶ Punkty równowagi (miejsca zerowe prawej strony równania) : 0 i C .

Rozwiązania startujące z $x_0 \in (0, C)$ ($x(0) = x_0$) zbiegają do C po krzywych o kształcie przypominającym literę S.



Równanie logistyczne z połowem



$$x'(t) = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{C}\right) - Eqx(t),$$

q - współczynnik łowności (ang. catchability), E - wysiłek połowowy (and. fishing effort)

- ▶ Graniczny wysiłek połowowy $E_g = \frac{\alpha}{q}$
- ▶ Gdy $E \geq E_g$, to nastąpi wyłowienie ryb ($\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$)
- ▶ Gdy $E < E_g$, to dodatni punkt równowagi $\bar{x}_E = C \frac{\alpha - qE}{\alpha}$ jest stabilny.
- ▶ Przyjmujemy, że ilość złowionych ryb przy wysiłku połowowym $E < E_g$ jest wyznaczona przez ilość ryb w stanie równowagi

$$\text{POLOW} = E * q * \bar{x}_E$$

Równanie logistyczne z połowem



$$x'(t) = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{C}\right) - Eqx(t),$$

q - współczynnik łowności (ang. catchability), E - wysiłek połowowy (and. fishing effort)

- ▶ Graniczny wysiłek połowowy $E_g = \frac{\alpha}{q}$
- ▶ Gdy $E \geq E_g$, to nastąpi wyłowienie ryb ($\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$)
- ▶ Gdy $E < E_g$, to dodatni punkt równowagi $\bar{x}_E = C \frac{\alpha - qE}{\alpha}$ jest stabilny.
- ▶ Przyjmujemy, że ilość złowionych ryb przy wysiłku połowowym $E < E_g$ jest wyznaczona przez ilość ryb w stanie równowagi

$$\text{POLOW} = E * q * \bar{x}_E$$

Równanie logistyczne z połowem



$$x'(t) = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{C}\right) - Eqx(t),$$

q - współczynnik łowności (ang. catchability), E - wysiłek połowowy (and. fishing effort)

- ▶ Graniczny wysiłek połowowy $E_g = \frac{\alpha}{q}$
- ▶ Gdy $E \geq E_g$, to nastąpi wyłowienie ryb ($\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$)
- ▶ Gdy $E < E_g$, to dodatni punkt równowagi $\bar{x}_E = C \frac{\alpha - qE}{\alpha}$ jest stabilny.
- ▶ Przyjmujemy, że ilość złowionych ryb przy wysiłku połowowym $E < E_g$ jest wyznaczona przez ilość ryb w stanie równowagi

$$\text{POLOW} = E * q * \bar{x}_E$$

Równanie logistyczne z połowem



$$x'(t) = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{C}\right) - Eqx(t),$$

q - współczynnik łowności (ang. catchability), E - wysiłek połowowy (and. fishing effort)

- ▶ Graniczny wysiłek połowowy $E_g = \frac{\alpha}{q}$
- ▶ Gdy $E \geq E_g$, to nastąpi wyłowienie ryb ($\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$)
- ▶ Gdy $E < E_g$, to dodatni punkt równowagi $\bar{x}_E = C \frac{\alpha - qE}{\alpha}$ jest stabilny.
- ▶ Przyjmujemy, że ilość złowionych ryb przy wysiłku połowowym $E < E_g$ jest wyznaczona przez ilość ryb w stanie równowagi

$$\text{POŁOW} = E * q * \bar{x}_E$$

Równanie logistyczne z połowem



$$x'(t) = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{C}\right) - Eqx(t),$$

q - współczynnik łowności (ang. catchability), E - wysiłek połowowy (and. fishing effort)

- ▶ Graniczny wysiłek połowowy $E_g = \frac{\alpha}{q}$
- ▶ Gdy $E \geq E_g$, to nastąpi wyłowienie ryb ($\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$)
- ▶ Gdy $E < E_g$, to dodatni punkt równowagi $\bar{x}_E = C \frac{\alpha - qE}{\alpha}$ jest stabilny.
- ▶ **Przyjmujemy, że ilość złowionych ryb przy wysiłku połowowym $E < E_g$ jest wyznaczona przez ilość ryb w stanie równowagi**

$$\text{POLOW} = E * q * \bar{x}_E$$

Optymalny wysiłek połowowy

- ▶ Wielkość połowu w zależności od E :

$$P(E) = qE\bar{x}_E = \frac{q^2 C}{\alpha} E \left(\frac{\alpha}{q} - E \right)$$

- ▶ Optymalny wysiłek połowowy: $E_o = \frac{\alpha}{2q}$.
Stan równowagi przy optymalnym wysiłku

$$\bar{x}_{E_o} = \frac{C}{2}$$

- ▶ Optymalny połów jest przy wysiłku, przy którym wielkość populacji ryb zmierza do połowy pojemności.

Optymalny wysiłek połowowy

- ▶ Wielkość połowu w zależności od E :

$$P(E) = qE\bar{x}_E = \frac{q^2 C}{\alpha} E \left(\frac{\alpha}{q} - E \right)$$

- ▶ Optymalny wysiłek połowowy: $E_o = \frac{\alpha}{2q}$.
Stan równowagi przy optymalnym wysiłku

$$\bar{x}_{E_o} = \frac{C}{2}$$

- ▶ Optymalny połów jest przy wysiłku, przy którym wielkość populacji ryb zmierza do połowy pojemności.

Optymalny wysiłek połowowy

- ▶ Wielkość połowu w zależności od E :

$$P(E) = qE\bar{x}_E = \frac{q^2 C}{\alpha} E \left(\frac{\alpha}{q} - E \right)$$

- ▶ Optymalny wysiłek połowowy: $E_o = \frac{\alpha}{2q}$.
Stan równowagi przy optymalnym wysiłku

$$\bar{x}_{E_o} = \frac{C}{2}$$

- ▶ Optymalny połów jest przy wysiłku, przy którym wielkość populacji ryb zmierza do połowy pojemności.

Optymalny wysiłek połowowy

- ▶ Wielkość połowu w zależności od E :

$$P(E) = qE\bar{x}_E = \frac{q^2 C}{\alpha} E \left(\frac{\alpha}{q} - E \right)$$

- ▶ Optymalny wysiłek połowowy: $E_o = \frac{\alpha}{2q}$.
Stan równowagi przy optymalnym wysiłku

$$\bar{x}_{E_o} = \frac{C}{2}$$

- ▶ Optymalny połów jest przy wysiłku, przy którym wielkość populacji ryb zmierza do połowy pojemności.

Model z rezerwatem



$$\begin{cases} x_1'(t) = \alpha x_1(t) \left(1 - \frac{x_1(t)}{1-R}\right) - Eqx_1(t) + m((1-R)x_2(t) - Rx_1(t)) \\ x_2'(t) = \alpha x_2(t) \left(1 - \frac{x_2(t)}{R}\right) - m((1-R)x_2(t) - Rx_1(t)). \end{cases}$$

Znormalizowana pojemność łowiska i rezerwatu $C = 1$.

R -wielkość rezerwatu (procentowo),

$(1 - R)$ -wielkość otwartego łowiska (procentowo),

$x_1(t) \in (0, 1 - R)$ - ilość ryb na łowisku,

$x_2(t) \in (0, R)$ - ilość ryb w rezerwacie,

m -współczynnik mobilności ryb.

- ▶ Gdy $m > \alpha$ lub $E < \frac{\alpha}{q}$, to jest dokładnie jedno dodatnie położenie równowagi (\bar{x}_1, \bar{x}_2) .
- ▶ Położenie równowagi wyznaczamy numerycznie.
- ▶ Jest to położenie asymptotycznie stabilne. Każde rozwiązanie $(x_1(t), x_2(t))$ zmierza do (\bar{x}_1, \bar{x}_2) gdy $t \rightarrow \infty$, o ile $x_1(0) > 0$ i $x_2(0) > 0$.

Model z rezerwatem



$$\begin{cases} x_1'(t) = \alpha x_1(t) \left(1 - \frac{x_1(t)}{1-R}\right) - Eqx_1(t) + m((1-R)x_2(t) - Rx_1(t)) \\ x_2'(t) = \alpha x_2(t) \left(1 - \frac{x_2(t)}{R}\right) - m((1-R)x_2(t) - Rx_1(t)). \end{cases}$$

Znormalizowana pojemność łowiska i rezerwatu $C = 1$.

R -wielkość rezerwatu (procentowo),

$(1 - R)$ -wielkość otwartego łowiska (procentowo),

$x_1(t) \in (0, 1 - R)$ - ilość ryb na łowisku,

$x_2(t) \in (0, R)$ - ilość ryb w rezerwacie,

m -współczynnik mobilności ryb.

- ▶ Gdy $m > \alpha$ lub $E < \frac{\alpha}{q}$, to jest dokładnie jedno dodatnie położenie równowagi (\bar{x}_1, \bar{x}_2) .
- ▶ Położenie równowagi wyznaczamy numerycznie.
- ▶ Jest to położenie asymptotycznie stabilne. Każde rozwiązanie $(x_1(t), x_2(t))$ zmierza do (\bar{x}_1, \bar{x}_2) gdy $t \rightarrow \infty$, o ile $x_1(0) > 0$ i $x_2(0) > 0$.

Model z rezerwatem



$$\begin{cases} x_1'(t) = \alpha x_1(t) \left(1 - \frac{x_1(t)}{1-R}\right) - Eqx_1(t) + m((1-R)x_2(t) - Rx_1(t)) \\ x_2'(t) = \alpha x_2(t) \left(1 - \frac{x_2(t)}{R}\right) - m((1-R)x_2(t) - Rx_1(t)). \end{cases}$$

Znormalizowana pojemność łowiska i rezerwatu $C = 1$.

R -wielkość rezerwatu (procentowo),

$(1 - R)$ -wielkość otwartego łowiska (procentowo),

$x_1(t) \in (0, 1 - R)$ - ilość ryb na łowisku,

$x_2(t) \in (0, R)$ - ilość ryb w rezerwacie,

m -współczynnik mobilności ryb.

- ▶ Gdy $m > \alpha$ lub $E < \frac{\alpha}{q}$, to jest dokładnie jedno dodatnie położenie równowagi (\bar{x}_1, \bar{x}_2) .
- ▶ Położenie równowagi wyznaczamy numerycznie.
- ▶ Jest to położenie asymptotycznie stabilne. Każde rozwiązanie $(x_1(t), x_2(t))$ zmierza do (\bar{x}_1, \bar{x}_2) gdy $t \rightarrow \infty$, o ile $x_1(0) > 0$ i $x_2(0) > 0$.

Model z rezerwatem



$$\begin{cases} x_1'(t) = \alpha x_1(t) \left(1 - \frac{x_1(t)}{1-R}\right) - Eqx_1(t) + m((1-R)x_2(t) - Rx_1(t)) \\ x_2'(t) = \alpha x_2(t) \left(1 - \frac{x_2(t)}{R}\right) - m((1-R)x_2(t) - Rx_1(t)). \end{cases}$$

Znormalizowana pojemność łowiska i rezerwatu $C = 1$.

R -wielkość rezerwatu (procentowo),

$(1 - R)$ -wielkość otwartego łowiska (procentowo),

$x_1(t) \in (0, 1 - R)$ - ilość ryb na łowisku,

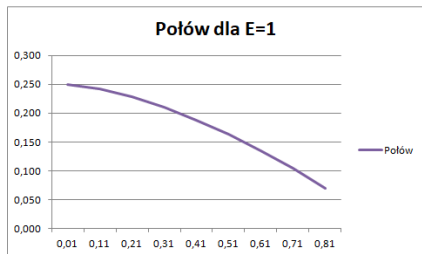
$x_2(t) \in (0, R)$ - ilość ryb w rezerwacie,

m -współczynnik mobilności ryb.

- ▶ Gdy $m > \alpha$ lub $E < \frac{\alpha}{q}$, to jest dokładnie jedno dodatnie położenie równowagi (\bar{x}_1, \bar{x}_2) .
- ▶ Położenie równowagi wyznaczamy numerycznie.
- ▶ Jest to położenie asymptotycznie stabilne. Każde rozwiązanie $(x_1(t), x_2(t))$ zmierza do (\bar{x}_1, \bar{x}_2) gdy $t \rightarrow \infty$, o ile $x_1(0) > 0$ i $x_2(0) > 0$.

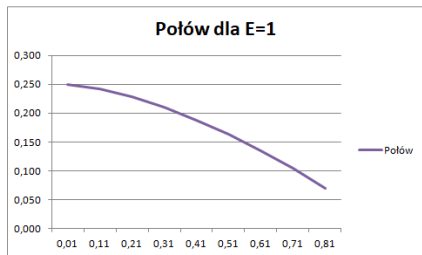
Wielkość połowu w zależności od wielkości rezerwatu dla $E = E_0$

- ▶ Parametry w rozważanym scenariuszu:
 $\alpha = 1, m = 1, q = 0,5$.
- ▶ Gdy $R = 0$ (nie wyodrębniamy rezerwatu), to optymalny wysiłek połowowy $E_0 = 1$. Odpowiadająca mu wielkość połowu = 0,25.
- ▶ Wielkość połowu w zależności od wielkości rezerwatu R



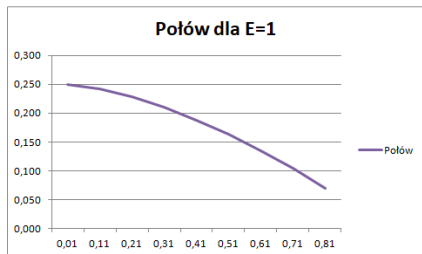
Wielkość połowu w zależności od wielkości rezerwatu dla $E = E_0$

- ▶ Parametry w rozważanym scenariuszu:
 $\alpha = 1$, $m = 1$, $q = 0,5$.
- ▶ Gdy $R = 0$ (nie wyodrębniamy rezerwatu), to optymalny wysiłek połowowy $E_0 = 1$. Odpowiadająca mu wielkość połowu = **0,25**.
- ▶ Wielkość połowu w zależności od wielkości rezerwatu R



Wielkość połowu w zależności od wielkości rezerwatu dla $E = E_0$

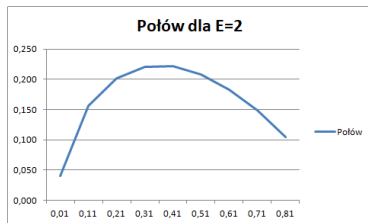
- ▶ Parametry w rozważanym scenariuszu:
 $\alpha = 1, m = 1, q = 0,5$.
- ▶ Gdy $R = 0$ (nie wyodrębniamy rezerwatu), to optymalny wysiłek połowowy $E_0 = 1$. Odpowiadająca mu wielkość połowu = 0,25.
- ▶ **Wielkość połowu w zależności od wielkości rezerwatu R**



Wielkość połowu w zależności od wielkości rezerwatu dla

$$E = E_g$$

- ▶ Graniczną intensywnością połowu, przy której następuje wyłowienie łowiska ($R = 0$) jest $E_g = 2$.

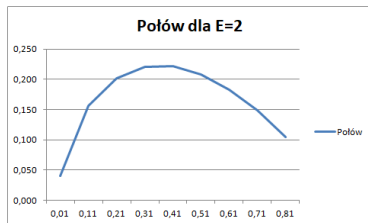


- ▶ Największe połowy są dla rezerwatu stanowiącego 30 procent całego obszaru. Połów wynosi 88 procent połowu

Wielkość połowu w zależności od wielkości rezerwatu dla

$$E = E_g$$

- ▶ Graniczną intensywnością połowu, przy której następuje wyłowienie łowiska ($R = 0$) jest $E_g = 2$.

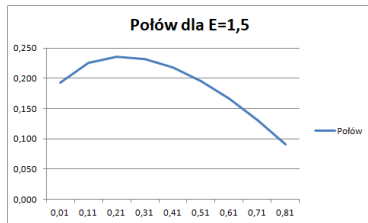


- ▶ Największe połowy są dla rezerwatu stanowiącego 30 procent całego obszaru. Połów wynosi 88 procent połowu

Wielkość połowu w zależności od wielkości rezerwatu

$$E = \frac{E_o + E_g}{2}$$

- ▶ Przyjmujemy pośrednią intensywność połowu $E = 1,5$.

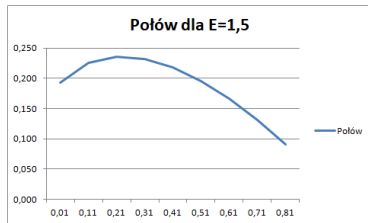


- ▶ Największe połowy są dla rezerwatu stanowiącego 20 procent całego obszaru. Wówczas wielkość połowu to 94 procent maksymalnych połowów z tego obszaru możliwych do

Wielkość połowu w zależności od wielkości rezerwatu

$$E = \frac{E_o + E_g}{2}$$

- ▶ Przyjmujemy pośrednią intensywność połowu $E = 1,5$.



- ▶ Największe połowy są dla rezerwatu stanowiącego 20 procent całego obszaru. Wówczas wielkość połowu to 94 procent maksymalnych połowów z tego obszaru możliwych do

Model drapieżnik-ofiara z rezerwatem

$$\begin{cases} x_1' = \alpha x_1 \left(1 - \frac{x_1}{1-R}\right) - \beta \frac{x_1}{1-R} y_1 - E q_1 x_1 + m_1((1-R)x_2 - R x_1) \\ y_1' = \gamma \frac{x_1}{1-R} y_1 - \delta y_1 - E q_2 y_1 + m_2((1-R)y_2 - R y_1) \\ x_2' = \alpha x_2 \left(1 - \frac{x_2}{R}\right) - \beta \frac{x_2}{R} y_2 - m_1((1-R)x_2 - R x_1) \\ y_2' = \gamma \frac{x_2}{R} y_2 - \delta y_2 - m_2((1-R)y_2 - R y_1) \end{cases}$$

PROBLEM: Po nietrywialnym dowodzie istnienia i jednoznaczności dodatniego położenia równowagi utknęliśmy z A. Ćwieszewskim na dowodzie stabilności położenia równowagi.

W pracach przeglądowych autorzy wspominają o braku wyników dotyczących modeli wielogatunkowych.

Problemy matematyczne się piętrzą, gdy rozważane są dłuższe łańcuchy pokarmowe.

Kalibracja modelu Drapieżnik-Ofiara

- ▶ Parametry modelu biologicznego:

$$\alpha = 0,8, \beta = 0,3, \gamma = 0,1, \delta = 0,05$$

- ▶ Mobilność:

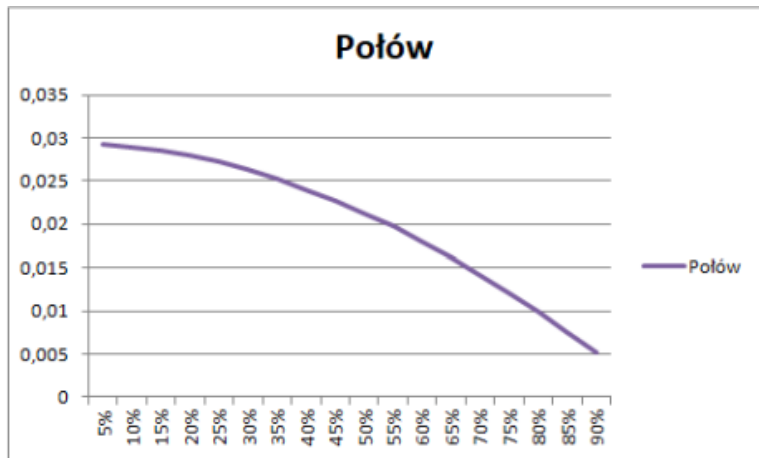
$$m_1 = 0,5, m_2 = 0,5$$

- ▶ Parametry połowu:

$$q_1 = 0,3, q_2 = 0,5$$

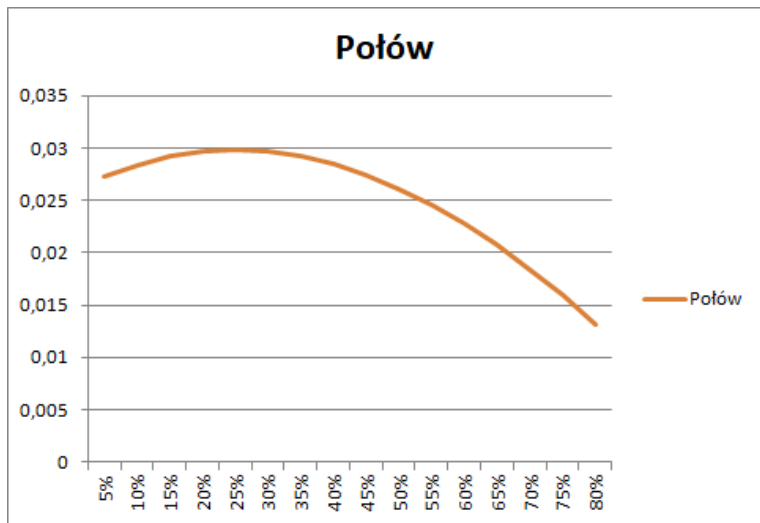
- ▶ Obliczona graniczna intensywność połowu $E_g = 0,093$
- ▶ Optymalna z punktu widzenia łącznych połowów jest intensywność $E_o = 75\%E_g$

Wielkość łącznych połów w zależności dla $E = E_0$



Największe połowy przy optymalnej (zrównoważonej) intensywności połowów są przy $R = 0$

Wielkość łącznych połów w zależności dla $E = E_g$



Największe połowy przy granicznej intensywności połowów są przy $R = 25\%$. Łączny połów stanowi 101% łącznego połowu optymalnego (inna struktura).

Model bioekonomiczny



$$\begin{cases} x'(t) = \alpha x(t)(1 - x(t)) - E(t)qx(t) \\ E'(t) = (pqx(t) - c)E(t). \end{cases}$$

$E(t)$ - wysiłek połowowy w chwili t , c - koszt jednostki wysiłku połowowego, p - cena jednostki ryb, $qx(t)$ - wielkość połowu przy jednostkowym wysiłku

UWAGA: Przyjmujemy dla uproszczenia rozważań, że $C = 1$

- ▶ Stabilnym stanem równowagi jest

$$\bar{x} = \frac{c}{pq}, \quad \bar{E} = \frac{\alpha}{q}(1 - \bar{x})$$

- ▶ KRYTYKA: Parametry ekonomiczne: c , p , wyznaczają biologiczny stan równowagi: \bar{x}

Model bioekonomiczny



$$\begin{cases} x'(t) = \alpha x(t)(1 - x(t)) - E(t)qx(t) \\ E'(t) = (pqx(t) - c)E(t). \end{cases}$$

$E(t)$ - wysiłek połowowy w chwili t , c - koszt jednostki wysiłku połowowego, p - cena jednostki ryb, $qx(t)$ - wielkość połowu przy jednostkowym wysiłku

UWAGA: Przyjmujemy dla uproszczenia rozważań, że $C = 1$

- ▶ Stabilnym stanem równowagi jest

$$\bar{x} = \frac{c}{pq}, \quad \bar{E} = \frac{\alpha}{q}(1 - \bar{x})$$

- ▶ KRYTYKA: Parametry ekonomiczne: c , p , wyznaczają biologiczny stan równowagi: \bar{x}

Model bioekonomiczny



$$\begin{cases} x'(t) = \alpha x(t)(1 - x(t)) - E(t)qx(t) \\ E'(t) = (pqx(t) - c)E(t). \end{cases}$$

$E(t)$ - wysiłek połowowy w chwili t , c - koszt jednostki wysiłku połowowego, p - cena jednostki ryb, $qx(t)$ - wielkość połowu przy jednostkowym wysiłku

UWAGA: Przyjmujemy dla uproszczenia rozważań, że $C = 1$

- ▶ Stabilnym stanem równowagi jest

$$\bar{x} = \frac{c}{pq}, \quad \bar{E} = \frac{\alpha}{q}(1 - \bar{x})$$

- ▶ KRYTYKA: Parametry ekonomiczne: c , p , wyznaczają biologiczny stan równowagi: \bar{x}

Literatura

- ▶ R. B. Cabral, B. S. Halpern, S. E. Lester, C. White, S. D. Gaines, C. Costello, *Designing MPAs for food security in open-access fisheries*, Scientific Reports 2019.
- ▶ G Fabbri, S. Faggian, G. Freni, *Policy effectiveness in spatial resource wars: A two-region model*, Journal of Economic Dynamics and Control 2020.
- ▶ J.N. Sanchirico, J.E Wilen, *A bioeconomic model of marine reserve creation*, Journal of Environmental Economics and Management 2001.
- ▶ C. White, C. Costello, *Close the High Seas to Fishing*, PLoS Biology 12 (3), 2014.
- ▶ A. Ćwiszewski, S. Plaskacz, *Food Security Model with Two Species*, preprint.